

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

**Mathématiques**  
**Niveau supérieur**  
**Épreuve 1**

Mardi 3 novembre 2020 (après-midi)

Numéro de session du candidat

2 heures

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Instructions destinées aux candidats**

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Aucune calculatrice n'est autorisée pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[100 points]**.

14 pages

8820–7219

© International Baccalaureate Organization 2020



16EP01

Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

### Section A

Répondez à **toutes** les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 4]

La distribution de probabilité d'une variable aléatoire discrète  $X$  est donnée par le tableau suivant.

$x$	0	1	2	3
$P(X=x)$	$p$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$q$

Étant donné que  $E(X) = \frac{19}{12}$ , déterminez la valeur de  $p$  et la valeur de  $q$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Note maximale : 5]

Trouvez l'équation de la tangente à la courbe  $y = e^{2x} - 3x$  au point où  $x = 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP03

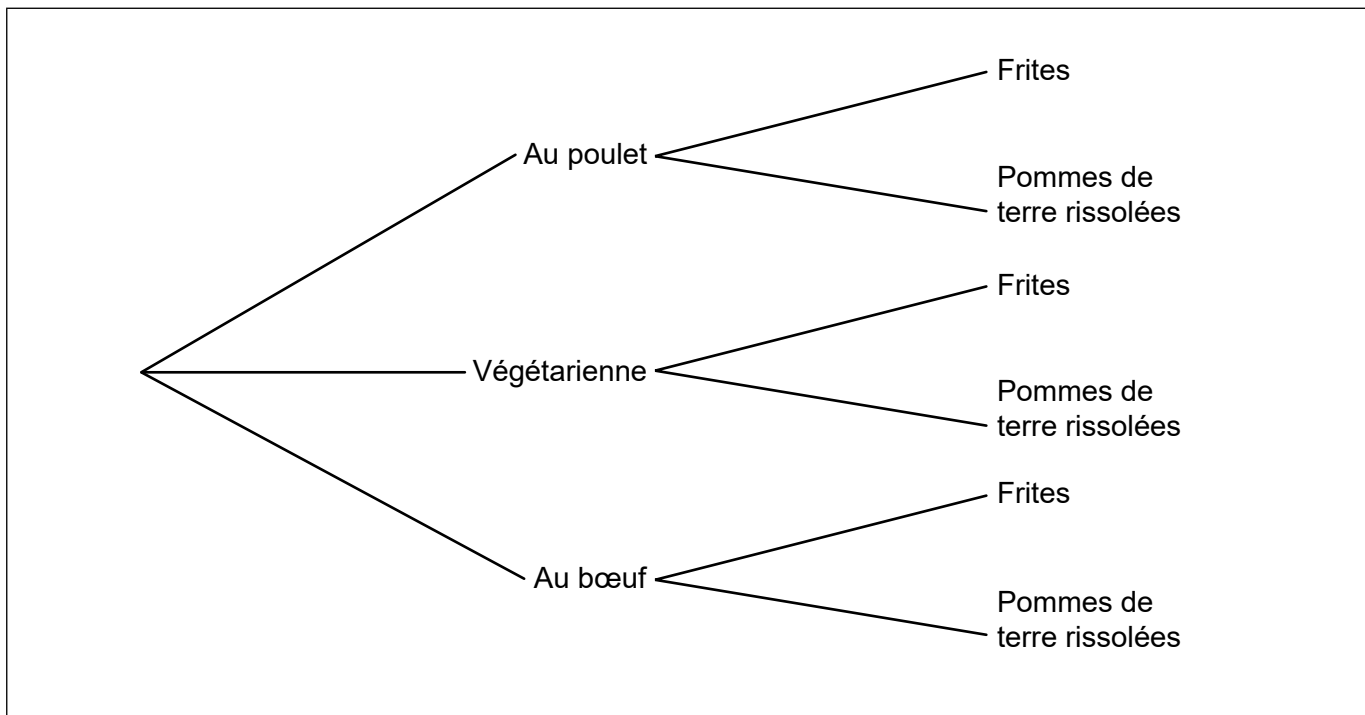
Tournez la page

3. [Note maximale : 7]

Au restaurant de Nusaybah, il est possible de commander trois sortes d'omelette : au poulet, végétarienne et au bœuf. Chaque omelette est servie soit avec une portion de frites, soit avec des pommes de terre rissolées. On sait que 20% des clients choisissent une omelette au poulet, 70% choisissent une omelette végétarienne et 10% choisissent une omelette au bœuf.

On sait également que 65% de ceux commandant l'omelette au poulet, 70% de ceux commandant l'omelette végétarienne et 60% de ceux commandant l'omelette au bœuf, commandent des frites.

Le diagramme en arbre suivant représente les commandes faites par chaque client.



- (a) Complétez le diagramme en arbre en inscrivant les probabilités respectives sur chaque branche. [2]
- (b) Trouvez la probabilité qu'un client choisi au hasard commande des frites. [2]
- (c) Trouvez la probabilité qu'un client choisi au hasard commande des frites, sachant qu'il ne commande **pas** une omelette au poulet. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP04

A large rectangular box containing ten horizontal dotted lines, intended for writing.



16EP05

**Tournez la page**

4. [Note maximale : 5]

Considérez l'équation  $\frac{2z}{3-z^*} = i$ , où  $z = x + iy$  et  $x, y \in \mathbb{R}$ .

Trouvez la valeur de  $x$  et la valeur de  $y$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Note maximale : 5]

Le premier terme d'une suite arithmétique est 4 et le cinquième terme est  $\log_2 625$ .

Trouvez la raison de la suite, en exprimant votre réponse sous la forme  $\log_2 p$ , où  $p \in \mathbb{Q}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP07

Tournez la page



6. [Note maximale : 4]

Considérez l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$ , où  $a \neq 0$ . Étant donné que les racines de cette équation sont  $x = \sin \theta$  et  $x = \cos \theta$ , montrez que  $b^2 = a^2 + 2ac$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP08

7. [Note maximale : 5]

Considérez les nombres complexes  $z_1 = \cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12}$  et  $z_2 = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$ .

(a) (i) Trouvez  $\frac{z_1}{z_2}$ ;

(ii) Trouvez  $\frac{z_2}{z_1}$ . [3]

(b)  $0$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$  et  $\frac{z_2}{z_1}$  sont représentés respectivement par trois points O, A et B sur un diagramme d'Argand. Déterminez l'aire du triangle OAB. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



8. [Note maximale : 7]

(a) Montrez que  $\frac{\sin x \tan x}{1 - \cos x} \equiv 1 + \frac{1}{\cos x}, x \neq 2n\pi, n \in \mathbb{Z}.$  [3]

(b) À partir de là, déterminez l'ensemble des valeurs de  $k$  pour lesquelles  $\frac{\sin x \tan x}{1 - \cos x} = k$  n'a pas de solution réelle. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP10

Lined writing area with 15 horizontal dotted lines.



16EP11

Tournez la page

9. [Note maximale : 8]

En utilisant le changement de variable  $x = \tan u$ , trouvez la valeur de  $\int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^2)^3} dx$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP12

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

### Section B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

10. [Note maximale : 20]

Considérez la fonction  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , où  $x \in \mathbb{R}$  et  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

- (a) (i) Écrivez une expression pour  $f'(x)$ .
- (ii) À partir de là, étant donné que  $f^{-1}$  n'existe pas, montrez que  $b^2 - 3ac > 0$ . [4]

(b) Considérez la fonction  $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 6x - 8$ , où  $x \in \mathbb{R}$ .

- (i) Montrez que  $g^{-1}$  existe.
- (ii)  $g(x)$  peut s'écrire sous la forme  $p(x - 2)^3 + q$ , où  $p, q \in \mathbb{R}$ . Trouvez la valeur de  $p$  et la valeur de  $q$ .
- (iii) À partir de là, trouvez  $g^{-1}(x)$ . [8]

La représentation graphique de  $y = g(x)$  peut être obtenue en transformant la représentation graphique de  $y = x^3$ , en utilisant une suite de trois transformations.

- (c) Indiquez chacune des transformations dans l'ordre dans lequel elles sont appliquées. [3]
- (d) Esquissez les représentations graphiques de  $y = g(x)$  et  $y = g^{-1}(x)$  sur le même système d'axes, en mettant les points où chaque représentation graphique coupe les axes des coordonnées. [5]

11. [Note maximale : 15]

Considérez la courbe  $C$  définie par  $y^2 = \sin(xy)$ ,  $y \neq 0$ .

- (a) Montrez que  $\frac{dy}{dx} = \frac{y \cos(xy)}{2y - x \cos(xy)}$ . [5]
- (b) Prouvez que, lorsque  $\frac{dy}{dx} = 0$ ,  $y = \pm 1$ . [5]
- (c) À partir de là, trouvez les coordonnées de tous les points sur  $C$ , pour  $0 < x < 4\pi$ , où  $\frac{dy}{dx} = 0$ . [5]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

12. [Note maximale : 15]

Considérez la fonction définie par  $f(x) = \frac{kx-5}{x-k}$ , où  $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\}$  et  $k^2 \neq 5$ .

- (a) Indiquez l'équation de l'asymptote verticale sur la représentation graphique de  $y = f(x)$ . [1]
- (b) Indiquez l'équation de l'asymptote horizontale sur la représentation graphique de  $y = f(x)$ . [1]
- (c) Utilisez une méthode algébrique pour déterminer si  $f$  est une involution (fonction qui est sa propre inverse). [4]

Considérez le cas où  $k = 3$ .

- (d) Esquissez la représentation graphique de  $y = f(x)$ , en indiquant clairement l'équation de toute asymptote et les coordonnées de tout point d'intersection avec les axes des coordonnées. [3]
- (e) La région délimitée par l'axe des abscisses  $Ox$ , la courbe  $y = f(x)$  et les droites  $x = 5$  et  $x = 7$  subit une rotation de  $2\pi$  autour de l'axe des abscisses  $Ox$ . Trouvez le volume du solide généré, en donnant votre réponse sous la forme  $\pi(a + b \ln 2)$ , où  $a, b \in \mathbb{Z}$ . [6]



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



16EP15



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



16EP16